

MATEMATIKAVEVERSENY

Munkaidő: 4óra

1. Lehetséges-e, hogy egy természetes szám 1001-edik hatványának az utolsó 1001 számjegye egymással egyenlő páratlan számjegy legyen? Ha igen, akkor mi lehet ez a számjegy?

dr. András Szilárd Károly

2. Adottak az $x_1, x_2, \dots, x_{2024}$ pozitív valós számok úgy, hogy minden $i \in \{2, \dots, 2024\}$ esetén

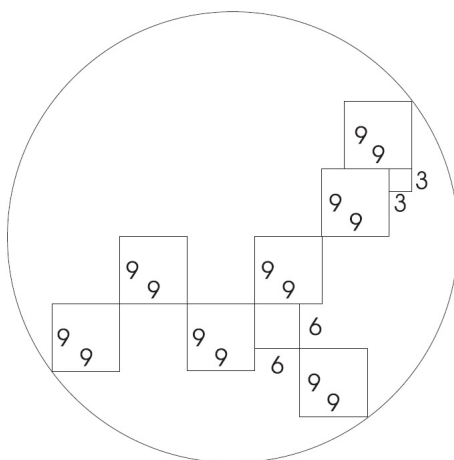
$$x_i^2 \geq \sum_{j=1}^{i-1} \frac{x_j^2}{j^5}.$$

Igazoljuk, hogy

$$\sum_{j=2}^{2024} \frac{x_j}{x_1 + x_2 + \dots + x_{j-1}} \geq \frac{7}{5} \cdot \frac{2023}{2024}.$$

dr. Farkas Csaba

3. Határozzuk meg az alábbi kör területét!



dr. Kovács Lehel-István

4. Adott az $ABCD A'B'C'D'$ egységoldalú kocka. Mekkora a PQR háromszög területének a minimális értéke, ha a P, Q, R pontok az $AA', BC, C'D'$ éleken mozognak?

dr. Kupán Pál Aurél

5. Az r sugarú kör belsejében, vagy a kerületén felvesszünk három pontot úgy, hogy az általuk meghatározott háromszögnek ne legyen $\frac{\pi}{2}$ -nél nagyobb mértékű szöge. Igazoljuk, hogy a háromszög köré írható körnek a sugara kisebb vagy egyenlő mint r .

dr. Szász Róbert